Stime di Tchebyshev, teorema ed errori

A. Bernardi

9 marzo 2016

Premessa

Questo tema richiede la conoscenza di un minimo di analisi complessa e si inquadra nel contesto di Teoria analitica dei numeri.

1 Proposta del tema

Nel 1852 Tchebyshev in [6, §VII–IX] ha dimostrato che le seguenti disuguaglianze valgono per $x \geq x_0$ con x_0 "sufficientemente grande":

$$c_1 \frac{x}{\ln x} < \pi(x) < c_2 \frac{x}{\ln x}$$

con

$$c_1 = \ln(2^{1/2} 3^{1/3} 5^{1/5} 30^{-1/30}) \sim 0.921292022934,$$

$$c_2 = \frac{6}{5} c_1 \sim 1.10555042752.$$

In molti testi (cito solo [4, pag. 21]) si dice che queste stime iniziano a valere con $x_0 = 30$.[1] Questo è FALSO. In realtà le stime di Tchebyshev iniziano ad essere vere con $x_0 = 96098$ (si veda [2]).

In questo tema propongo di presentare la dimostrazione di Tchebyshev in [6, §VII–IX] (oppure in [1, 3, 5, 7]) e il risultato [2, Thm. 1.1].

Riferimenti bibliografici

[1] T. Apostol. Introduction to analytic number theory. Springer Verlag, funfte Auflage (1998).

[2] D. Burde. A remark on an inequality for the prime counting function. Mathematical Inequalities & Applications 10, Issue 1, p. 9–13 (2007).

[3] K. Chandrasekharan. Introduction to analytic number theory, Moscow (1974).

[4] W. and F. Ellison: Prime numbers. Wiley Interscience (1985).

[1] Questo errore è presumibile che derivi da una mala comprensione del lavoro stesso di Tchebyshev che nelle prime sezioni del suo lavoro [6] mostra come $x \geq 30$ sia importante nella dimostrazione del Postulato di Bertrand.

[5] K. Prachar. Primzahlverteilung. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften 91, Springer-Verlag, Berlin-New York, (1978).

[6] M. Tchebichef. Mémoire sur les nombres premiers. Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 17, p. 366–390 (1852).

[7] G. Tenenbaum. Introduction to analytic and probabilistic number theory. Cambridge studies in advanced mathematics 46 (1995).