

Il teorema dei numeri primi

La congettura di Gauss (il Teorema dei numeri primi) fu dimostrata da Hadamard e de la Vallée Poussin 1896 utilizzando la teoria di Hadamard delle funzioni integrali per la ζ di Riemann a valori complessi.

Per secoli si è pensato che non fosse possibile dare una dimostrazione elementare della stessa. Nel 1948 Erdős e Selberg (in una tuttora non chiarita disputa¹) hanno presentato una dimostrazione elementare del teorema dei numeri primi (Selberg ha ricevuto la medaglia Fields nel 1950 e Erdős il Cole Prize nel 1952).

Questa dimostrazione si può trovare al capitolo 22 del [G. H. Hardy and E. M. Wright: An Introduction to the Theory of Numbers, Oxford Science Publications, Oxford, V ed (1979)]. Questa dimostrazione è lunga ed articolata ma usa solo metodi elementari.

Esiste anche una dimostrazione con metodi statistici... cosa che appare "aberrante" nella teoria dei numeri (un numero non è primo con "alta probabilità"!!!!). Ciononostante è una dimostrazione breve ed estremamente semplice e comprensibile (dopo aver dato per buona la legittimità di alcuni passaggi statistici). Nel supplemento al capitolo VIII, paragrafo 4 del [R. Courant, H. Robbins, "Che cos'è la matematica" Bollati Boringhieri] potete trovare una schematizzazione molto ben fatta di questa dimostrazione.

Chiaramente una presentazione dettagliata di questo argomento va ben oltre le richieste per questo esame (potrebbe essere un argomento di tesi), ciononostante è comunque un bel topic che può essere presentato a vari livelli di profondità.

Chi fosse interessato a questo argomento come tema d'esame ha libertà di scelta riguardo al grado di approfondimento.

¹Qui potete trovare una possibile presentazione dei fatti [D. Goldfeld: The elementary proof of the prime number theorem: an historical perspective, In "Number theory (New York, 2003)", p. 179–192, Springer, New York (2004).]