Analisi Matematica II		1 Giugno 2018
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

1. (6 punti) Sia $(f_n)_n \subset \mathcal{C}(\mathbb{R})$ una successione di funzioni di termine generale

$$f_n(x) = \frac{1}{n}\sin(nx) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

1. Studiarne convergenza puntuale e uniforme.
2. La funzione limite $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$? Motivare la risposta.

Analisi Matematica II		1 Giugno 2018
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

2. (6 punti) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) &= \dfrac{y(x)^2+1}{x^2+1} \\ y(0) &= \sqrt{3} \end{cases}$$

Analisi Matematica II		1 Giugno 2018
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

3. (10 punti) Si verifichi che l'equazione

$$x^2 + \log(1 + xy) + ye^{2y} = 0$$

definisce implicitamente, in un intorno dell'origine, una sola funzione $y = f(x)$.
Verificare che $x = 0$ è un punto di estremo per la funzione f e stabilirne la natura.

3.

Analisi Matematica II		1 Giugno 2018
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

4. (10 punti) Sia f la funzione pari di periodo $T = 2\pi$ rappresentata nell'intervallo $[0, \pi]$ dalla funzione

$$\begin{cases} (x - (\pi/2))^2 \ , & x \in (0, \pi/2] \\ 0 \ , & x \in (\pi/2, \pi] \ . \end{cases}$$

1. Graficare (sommariamente) la funzione f nell'intervallo $[-\pi, \pi]$ e spiegare perché f è uguale, punto per punto, alla sua serie di Fourier.

2. Dimostrare che

$$f(x) = \frac{\pi^2}{24} + 2\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{2}{\pi k^3} \sin\left(k\frac{\pi}{2}\right) \right) \cos(kx) \ , x \in \mathbf{R} \ .$$

3. Usando la seconda parte calcolare il valore della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} \ .$$

4.