

Esercizi di autovalutazione

Esercizio 1. Data la funzione $f(x, y) = \arctan(x + y)$. Dire se f ammette e in caso positivo determinarli, massimo e minimo sul quadrato di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ e $(1, 1)$.

Esercizio 2. Data la curva piana di sostegno $\gamma = \{(x, 0, x^3) : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^3$, sia S la superficie di rotazione generata da γ rispetto all'asse z .
Stabilire: forma parametrica di S , forma cartesiana di S e punti di singolarità.

Esercizio 3. Data la funzione $f(x, y) = x^2 + 2y^2$. Dire se f ammette e in caso positivo determinarli, massimo e minimo in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x^2 + 3y^2 \leq 1\}$.

Esercizio 4. Si consideri la curva $\gamma \subset \mathbb{R}^2$ data dalla parametrizzazione

$$\alpha(t) = (\sin(t/2) \cos t, \sin(t/2) \sin t) \quad t \in [0, \pi].$$

Stabilire se la curva è regolare, calcolare versore tangente, versore normale e curvatura nel punto $P = (0, \sqrt{2}/2)$, scrivere l'equazione del cerchio osculatore nel punto P .

Esercizio 5. Si fornisca una parametrizzazione della curva γ intersezione fra la superficie cilindrica $x^2 + y^2 = 2$ ed il piano di equazione $x + y + z = 0$.

Esercizio 6. Si fornisca una parametrizzazione regolare a tratti della curva γ del piano costituita dai lati del triangolo di vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 0)$.

Esercizio 7. Calcolare la lunghezza della curva descritta in coordinate polari da

$$\rho = 2r(1 + \cos(\vartheta)) \quad \vartheta \in [-\pi, \pi], \quad r > 0.$$

Esercizio 8. Data la funzione $f(x, y) = xy$ e $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0\}$. Determinare $\max_A f$ e $\min_A f$.