

Esercizi di autovalutazione

Esercizio 1. Si consideri la curva $\gamma := \text{graf}(f) \cap S$ dove $f : [\frac{1}{2}, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \frac{1}{3}(2x - 1)^{\frac{3}{2}}$ e S è il segmento che unisce i punti $(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$ e $(1, f(1))$. Calcolare la lunghezza di γ .

Esercizio 2. Calcolare versori tangente, normale, binormale e curvatura della curva parametrizzata da $\alpha(t) = (t^2, t^4 - 2, t^3)$, $t \in [0, 1]$.

Esercizio 3. Si consideri la curva $\gamma \subset \mathbb{R}^2$ data dalla parametrizzazione

$$\alpha(t) = (\sin(t/2) \cos t, \sin(t/2) \sin t) \quad t \in [0, \pi].$$

Stabilire se la curva è regolare, calcolare versore tangente, versore normale e curvatura nel punto $P = (0, \sqrt{2}/2)$, scrivere l'equazione del cerchio osculatore nel punto P .

Esercizio 4. Si fornisca una parametrizzazione della curva γ intersezione fra la superficie cilindrica $x^2 + y^2 = 2$ ed il piano di equazione $x + y + z = 0$.

Esercizio 5. Si fornisca una parametrizzazione regolare a tratti della curva γ del piano costituita dai lati del triangolo di vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 0)$.

Esercizio 6. Calcolare la lunghezza della curva descritta in coordinate polari da

$$\rho = 2r(1 + \cos(\vartheta)) \quad \vartheta \in [-\pi, \pi], \quad r > 0.$$